

# Formelsammlung Mathematik

Binomische Formeln:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$$

Quadratische Gleichungen:

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Prozent-, Zins- und Zinseszinsrechnung:

$$PW = G \cdot \frac{p}{100} \quad (\text{Prozentwert } PW, \text{ Grundwert } G, \text{ Prozentsatz } p)$$

$$Z = \frac{K \cdot i \cdot p}{100} \quad (\text{Jahreszinsen } Z, \text{ Kapital } K, \text{ Zeitfaktor } i, \text{ Zinssatz } p)$$

$$K_n = K_0 \cdot q^n \quad \text{mit} \quad q = 1 + \frac{p}{100} \quad (K_n \text{ Kapital nach } n \text{ Jahren, } K_0 \text{ Anfangskapital, Zinssatz } p)$$

$$K_n = \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \quad \text{Endwert regelmäßiger nachschüssiger Zahlungen ( } R \text{ Jahresrate)}$$

$$K_n = \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \quad \text{Endwert regelmäßiger vorschüssiger Zahlungen}$$

$$K_n = K_0 \cdot q^n \pm \frac{R \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \quad \text{Endwert bei regelmäßiger Vermehrung bzw. Verminderung (vors.)}$$

$$K_n = K_0 \cdot q^n \pm \frac{R \cdot q \cdot (q^n - 1)}{q - 1} \quad \text{Endwert bei regelmäßiger Vermehrung bzw. Verminderung (nachs.)}$$

Potenzen:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^r \cdot b^r = (a \cdot b)^r$$

$$(a^s)^t = a^{s \cdot t}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$$

$$a^0 = 1$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

Wurzeln:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$$

Logarithmen:

$$\log_a(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$$

$$\lg(b) = c \Leftrightarrow 10^c = b$$

$$\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$$

$$\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

$$\log_a(b^n) = n \cdot \log_a(b)$$

$$\log_a(\sqrt[n]{b}) = \frac{1}{n} \cdot \log_a(b)$$

Folgen und Reihen:

Arithmetisch

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n) = \frac{n}{2} \cdot (2a_1 + (n-1) \cdot d)$$

Geometrisch

$$a_n = a_1 \cdot q^{(n-1)}$$

$$s_n = \frac{a_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q} = \frac{q \cdot a_n - a_1}{q - 1}$$

$$s_n = \frac{a_1}{1 - q} \quad \text{mit} \quad |q| < 1, n \rightarrow \infty$$

Flächen:

Dreieck	$A = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$	$U = a + b + c$	$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$
Quadrat	$A = a^2$	$U = 4a$	
Rechteck	$A = a \cdot b$	$U = 2a + 2b$	
Parallelogramm	$A = g \cdot h$	$U = 2a + 2b$	
Raute	$A = \frac{e \cdot f}{2}$		
Trapez (a  c)	$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$	$U = a + b + c + d$	
Kreis	$A = \pi \cdot r^2 = \frac{d^2 \pi}{4}$	$U = 2 \pi \cdot r = \pi \cdot d$	
Kreisring	$A = (R^2 - r^2) \cdot \pi$		
Kreis Sektor	$A = \frac{r^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{360^\circ} = \frac{b \cdot r}{2}$	mit $b = \frac{r \cdot \pi \cdot \alpha}{180^\circ}$	

Körper:

Quader	$V = a \cdot b \cdot c$	$O = 2(ab + bc + ac)$	$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$	
Prisma	$V = G \cdot h$	$O = 2G + U \cdot h$	<i>V = Volumen                  O = Oberfläche                  d = Diagonale                  G = Grundfläche                  M = Mantel                  s = Seitenlinie  <math>\varphi_M</math> = Winkel Mantelfläche</i>	
Zylinder	$V = \pi r^2 \cdot h$	$O = 2 \pi r(r + h)$		$M = 2 \pi r h$
Pyramide	$V = \frac{1}{3} G \cdot h$	$O = G + M$		
Kegel	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$	$O = \pi r(r + s)$		$M = \pi r s$ $\varphi_M = \frac{r}{s} \cdot 360^\circ$
Kugel	$V = \frac{4}{3} \pi r^3$	$O = 4 \pi r^2$		

Masse eines Körpers:  $m = V \cdot \rho$  mit  $\rho = \text{Dichte}$

Rechtwinkliges Dreieck:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 = c \cdot p$$

$$b^2 = c \cdot q$$

$$h_c^2 = p \cdot q$$

$$A = \frac{a \cdot b}{2}$$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$

Allgemeines Dreieck:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\gamma)$$

Kombinatorik und Wahrscheinlichkeit:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n \quad 0! = 1$$

$$P_n = n! \quad \text{Permutationen}$$

$$P_n^k = \frac{n!}{k!} \quad \text{Permutationen unter denen k gleich sind (k} \leq n)$$

$$V_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} \quad \text{Variationen ohne Wiederholung}$$

$$\bar{V}_n^k = n^k \quad \text{Variationen mit Wiederholung}$$

$$K_n^p = \binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)! \cdot p!} \quad \text{Kombinationen ohne Wiederholung (p} \leq n)$$